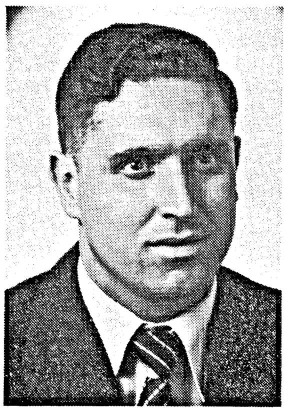
LINEÊRE PROGRAMMERINGS- EN GEMENGDE HEELTAL-PROGRAMMERINGSMODELLE VIR DIE EVALUASIE VAN KAPITAALBELEGGING IN 'N ONDERNEMING MET NET EEN AFDELING: DEEL I



Deur F H D Conradie (1)
EVKOM

en P H van den Berg (2)
Skool vir Bedryfsleiding
Universiteit van Suid-Afrika

The aim of this article is to introduce the reader to linear programming and mixed integer programming techniques in the evaluation of capital investments.

A general model for a one-division organization is formulated and discussed in full. This model takes into account 9 types of restrictions and provision is made for the use of long-term financing in addition to the use of any short-term financing as reported in the literature to date. The provision for the use of long-term financing is a new development.

1. INLEIDING

In die sin waarin die term evaluasie van kapitaalbeleggings in hierdie artikel gebruik word, word kapitaalbelegging omskryf as die daarstelling van 'n verbintenis van kapitaal en middele aan 'n spesifieke projek of belegging wat na verwagting oor 'n periode van langer as een jaar 'n opbrengs sal lewer (34 p 648; 39).

Tot heel onlangs is kapitaalbegrotingmodelle gebaseer op die aanname dat die beskikbaarheid van kapitaal onbeperk was. Hiermee word bedoel dat aanvaar is dat geld vryelik geleen of uitgeleen kan word, teen 'n enkele markrentekoers. Ook is aanvaar dat geen ander beperking die geskikte keuse van die moontlike winsgewende beleggingsprojekte wat gekies moet word, beïnvloed nie.

In die evaluasie van kapitaalbeleggings word daar vandag in die grootste meerderheid gevalle veral in Suid-Afrika, dan te doen gekry met kapitaalbegrotings wat deur verskillende faktore beperk word. Die baanbrekerswerk, in verband met die korrekte teoretiese formulering van kapitaalbegroting wanneer daar verskillende soorte beperkings bestaan, is reeds in 1962 deur Weingartner gedoen (30).

Nuwe kapitaalbegrotingstegnieke word in die praktyk langsaam aanvaar en gebruik. Verdiskonteerde kontantvloeitegnieke wat reeds sedert 1950 deur teoretici sterk aanbeveel is, het eers in 1970 op groot skaal inslag begin vind. Alhoewel publikasies betreffende die gebruik van lineêre programmering reeds in die laat vyftiger jare gepubliseer is, is daar in 'n opname (18) in 1972 bevind dat lineêre programmering selfs in groot Amerikaanse firmas nog net op 'n beperkte skaal gebruik word. Sover die skrywers weet, word lineêre programmering en gemengde heeltal-programmering slegs op uiters beperkte skaal in Suid-Afrika gebruik.

2. DOEL EN AANBIEDING VAN HIERDIE ARTIKEL

Die doel van hierdie artikel is om lineêre programmering en gemengde heeltal-programmeringstegnieke in die evaluasie van kapitaalbeleggings aan die leser voor te stel. Ten einde die hele probleem van kapitaalbeleggings in perspektief te plaas, word die waarskynlik mees bekende konvensionele tegniek bespreek en laasgenoemde se tekortkominge uitgewys. Hierna word die algemene model vir 'n onderneming, met net een afdeling, volledig formuleer en bespreek. Hierdie model kan 9 tipes beperkings in aanmerking neem. Voorsiening word in hierdie algemene model gemaak vir die gebruik van langtermyn finansiering, bo en behalwe die gebruik van net korttermyn finansiering, soos tot op hede in die literatuur gerapporteer. Die voorsiening vir die gebruik van langtermyn finansiering is 'n nuwe ontwikkeling.

3. KONVENSIONELE TEGNIEKE VIR DIE EVALUASIE VAN KAPITAALBELEGGINGS

Die kapitaalbegrotingsproses poog om die volgende te bereik (28 p 53):

* Die evaluering van individuele projekte uit 'n versameling beleggingsmoontlikhede
* Die toewysing van skaars hulpbronne tussen die onderskeie gekose projekte.

Die algehele kapitaalbeleggingsproses bestaan uit 'n aantal stappe. Net een stap, nl. die keuse van die projek of belegging, word in hierdie artikel beskou. Drie groepe evaluasietegnieke kan onderskei word:

* Praktiese reëls, waarvan die terugbetalingsperiode die mees bekende metode is
* Verdiskonteerde kontantvloei-metodes ("DCF"), waarvan die mees algemene metode die netto huidige waarde (NHW) tegniek ("NPV") is
* Wiskundige programmeringsmetodes. Van hierdie metodes is lineêre programmering die mees algemene tegniek. Heeltal- en gemengde heeltalprogrammeringstegnieke is nuwer ontwikkelinge waarvan die gewildheid vinnig toeneem.

Aangesien die NHW-metode tans waarskynlik die gewildste metode vir die evaluasie van groot kapitaalbeleggings is, sal slegs die tekortkominge van dié metode uitgewys word.

Die skrywers wil hier beklemtoon dat die resultate van al die evalueringstegnieke slegs riglyne vir besluitneming kan wees. Die resultate is nie 'n absolute maatstaf of antwoord op 'n spesifieke probleem nie.

Die vernaamste tekortkominge van die NHW-metode is (21 p 144; 28 p 57; 39):

* Dit verskaf nie 'n aanduiding van die winsgewendheidskoers nie.
* Dit voorsien nie 'n maatstaf van likwiditeit nie.
* Die aannames waarop die NHW-metode gegrond is, is slegs in 'n beperkte mate in die praktyk van toepassing.
* Die verdiskonteerkoers is moeilik om te bepaal.
* Kapitaalbeperkings kan net gehanteer word indien dit in een periode voorkom.
* Dit word langdradig of selfs prakties onmoontlik om 'n groot aantal afhanklike en/of wedersyds uitsluitende projekte te evalueer, want alle moontlike kombinasies van bogenoemde moet elk as 'n addisionele moontlike projek beskou word.
* Die NHW-metode kan ander projekte selekteer, as wat alternatiewe verdiskonteerde kontantvloei-metodes sou doen, wanneer invloei en uitvloei van kontant vir die verskillende moontlike projekte in die verskillende periodes van teken wissel, en ook as die lewensduur van die projekte baie verskillend is.

Die grootste meerderheid tekortkominge van sowel die terugbetalingsperiode-metode as die NHW-metode kan oorkom word deur gebruik te maak van wiskundige programmeringstegnieke. Laasgenoemde tegnieke verskaf ook waardevolle inligting in verband met die geleentheidskoste ("opportunity costs") van fondse, asook die korrekte verdiskonteerkoers van toepassing in die verskillende periodes.

4. 'N ALGEMENE MODEL VIR 'N ONDERNEMING MET NET EEN AFDELING

4.1 Oorsig van die model

Die model wat hier voorgestel word, is 'n algemene deterministiese wiskundige programmeringsmodel wat gebruik kan word vir die evaluasie van kapitaalbegrotings in 'n firma met een afdeling. Die model maak voorsiening vir die gebruik van beide korttermyn en langtermyn lenings.

'n Paar spesiale gevalle word ook beskou, onder andere 'n geval wat voorsiening maak vir die uitstel van sommige projekte. Behalwe vir 'n enkele beperking wat verskillend is, is die formulering vir lineêre programmering en gemengde heeltal-programmering dieselfde.

In die model kan die volgende nege beperkings in aanmerking geneem word:

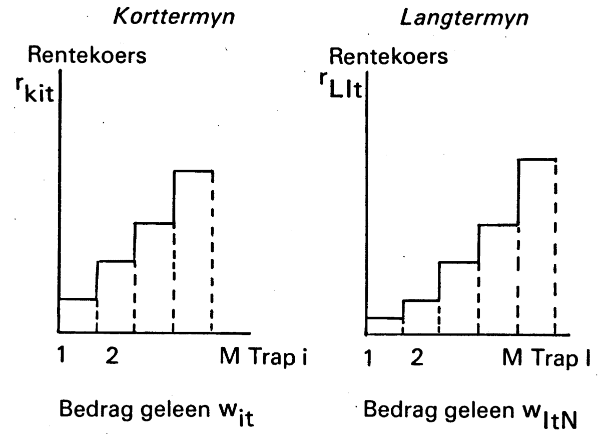
* 'n Minimum dividend tot net voor die horisonperiode
* Dividenduitbetalings mag nie met tyd verminder nie
* Dividenduitbetalings moet teen 'n voorafbepaalde koers tot net voor die horisonperiode toeneem
* Dividende moet na die horisonperiode nog betaal word
* Die maksimum bedrae wat teen voorafbepaalde rentekoerse geleen kan word
* Terugbetalingsperiode
* Multi-begroting hulpbronbeperkings (ander as kapitaal) met stygende koste
* Kontantbalans- en likwiditeitsbeperkings wanneer net korttermyn finansiering gebruik word
* Kontantbalans- en likwiditeitsbeperkings wanneer sowel korttermyn as langtermyn finansiering gebruik word.

Die redes waarom hierdie beperkings belangrik is en die gevolge van hulle insluiting word verder aan bespreek.

4.2 Aannames

Hierdie model berus op die volgende aannames:

* Die data is met absolute sekerheid bekend (28 p 58; 30 p 140, 142). Dit sluit in die netto kontantvloeie, kontant beskikbaar gestel deur bestaande projekte en leen-en-uitleenrentekoerse.
* Die rente op lenings verhoog trapsgewys in 'n stygende orde, d.i. $r_{ki(t-1)} < r_{kit} < r_{ki(t+1)}$ (30 p 169). Dit is 'n realistiese aanname want vir die gemiddelde firma is die rentekoers op lenings nie 'n kontinue funksie nie (30 p 170).



Hierdie aanname maak dit onnodig om die onderste grense van die bedrae by elke trap geleen, te spesifiseer. Geld word altyd teen die laagste beskikbare rentekoers geleen. Geld sal net teen die hoër rentekoers op die volgende trap geleen word, as die lenings op die huidige trap heeltemal uitgeput is (30 p 170).

* Korttermyn fondse word vir 'n enkele periode op 'n keer geleen. Hierdie lening is altyd hernubaar en die leen-rentekoers word vooraf gespesifiseer (30 p 142).
* Langtermynfondse word vir N periodes geleen, waar N gelyk aan 2 of groter is.
* Geld (surplus fondse) kan vir een periode op 'n keer teen 'n vooraf bekende rentekoers uitgeleen word. (30 p 141).
* Die koste van skaars hulpbronne verhoog fase-gewys in 'n stygende orde, net soos kapitaal (36). Hierdie aanname is heeltemal realisties want die skaarsheid van 'n artikel wat benodig word, veroorsaak dat die gebruiker genoodsaak word om meer daarvoor te betaal.
* Die verpligte minimum kontantbalans wat die firma moet hou, kan van periode tot periode teen die gewone uitleenkoers van die firma belê word (7 p 115).
* Na die horisonperiode word kontant teen dieselfde koers geleen en uitgeleen. (7 p 118).

4.3 Voorstellingsmetode van die model

Die simbole wat gebruik word, word in alfabetiese volgorde in die volgende afdeling aangetoon. Die vergelykings wat gebruik word om die model te omskryf, kom uit verskillende bronne wat 'n verskeidenheid notasies gebruik (3; 4; 7; 17; 22; 30; 35).

Gewoonlik word die doelfunksie eerste gespesifiseer. Ten einde die model en die notasie makliker te begryp, word die verskillende vergelykings vir die beperkings hier eerste voorgestel en daarna die doelfunksie. Die uitgangspunt van die model wat hier voorgestel word, is Weingartner se mees ingewikkelde model (30 p 168). Wysigings en toevoegings van addisionele beperkings tot die model wat nêrens in die literatuur teëgekom is nie, word dan gemaak. Die Weingartnernotasie (30) word ook gebruik en dan verder aangevul soos nodig.

Die duaalveranderlike word in hakies regs van die vergelyking vir elke beperking aangetoon. Die duaalveranderlikes sal in 'n volgende artikel bespreek word.

4.4 Notasie

a_{tj} = netto kontantvloeie verkry uit 'n eenheid van projek j in periode t. 'n Positiewe waarde dui 'n uitvloei van kontant aan; 'n negatiewe waarde 'n invloei.

$\hat{a}_j$ = huidige waarde op horisontydstip T van netto kontantvloei na T verkry vanaf 'n eenheid van projek j. 'n Positiewe waarde dui 'n netto positiewe batewaarde aan.

$b_{i(t-l)}$ = $1 + r_{ki(t-l)}$ waar $r_{ki(t-l)}$ = leenrentekoers van (t–l) tot by t. (t = 1 ...., T–1)

$b_{I(t-1)}$ = $1 + r_{ki(t-1)}$ waar $r_{ki(t-l)}$ = leenrentekoers (per periode) van (t–1) tot by (t+N–1) op trap I.

B_{kit} = maksimumbedrag wat geleen kan word vir een periode (korttermyn) op die i'te trap van periode t.

B_{LIt} = maksimumbedrag wat geleen kan word vir 'n langtermyn (N periodes) op die I'te trap in periode t. (Die lening word gemaak in periode t en terugbetaal in periode (t+N)).

c_t = eweredigheidskonstante van die bedrag in periode t geleen (as deel van die kontantbalansbeperking). ($0 \leqslant c_t \leqslant 1$)

C_t = 'n konstante gespesifiseerde minimumbedrag kontant wat die firma altyd beskikbaar moet hê.

D_t = verwagte hoeveelheid kontant wat in periode t deur die dan reeds bestaande bedrywighede van die firma ontwikkel word.

d_{tj} = hoeveelheid van hulpbron (ander as kapitaal) benodig vir projek j in periode t.

e_{t-1} = $1 + r_{et}$ waar r_{et} = uitleenrentekoers van (t–1) tot by t. (t=1, ..., T)

E_t = veranderlike wat 'n waarde van 1 aanneem as daar nie langtermyn lenings in periode t aangegaan is nie, of 'n waarde van nul aanneem as langtermyn lenings wel in periode t aangegaan word. (E_t is 1 of 0)

E'_t = veranderlike wat 'n waarde van 1 aanneem as $t > N$, of nul as $t \leqslant N$. (E'_t is 1 of 0)

E''_t = veranderlike wat 'n waarde van 1 aanneem as $t \leqslant N$, of nul as $t > N$. (E''_t is 1 of 0)

$E_{(t-N)}$ = veranderlike wat 'n waarde van 1 aanneem as daar nie langtermyn lenings in periode (t–N) aangegaan is nie, of as $t \leqslant N$. Die veranderlike neem 'n waarde van nul aan as langtermyn lenings wel in periode t aangegaan word.

f = aantal moontlike fases met stygende koste waarteen 'n skaars hulpbron van buite die firma verkry kan word.

F_{kt} = maksimumhoeveelheid van die hulpbron (ander as kapitaal) wat in fase k van periode t van buite die firma verkry kan word voordat die hulpbronkoste begin styg.

g_{kt} = koste per eenheid van die skaars hulpbron in fase k van periode t.

H = aantal periodes waarmee "soortgelyke" projekte ten opsigte van onmiddellike projekte uitgestel (aangeskuif) word.

h_T = netto terminaalwaarde van die firma.

i = die bepaalde trap (in periode t) waarteen geld op die korttermyn geleen kan word. Daar is m trappe. (i = 1, ..., m)

I = die bepaalde trap waarteen geld op die langtermyn geleen kan word. Daar is M trappe. (I = 1, ..., M)

j = identifikasie van 'n spesifieke projek. (j = 1, ..., n)

k = die bepaalde fase (in periode t) waarin 'n skaars hulpbron teen 'n sekere prys van buite die firma verkry kan word. Daar is f fases. (k = 1, ..., f)

K = konstante, wat positief is en die grootte van die dividendbetalings na die horisonperiode T sterk beïnvloed.

M = aantal stygende trappe (vlakke) waarteen langtermyn kapitaal geleen kan word.

M_t = hoeveelheid van hulpbron (ander as kapitaal) beskikbaar in die firma in periode t.

m = aantal stygende trappe (vlakke) waarteen korttermyn kapitaal geleen kan word.

N = periodes waarvoor langtermyn kapitaal geleen kan word.

n = aantal moontlike projekte waaruit gekies moet word.

p_{min} = minimumdividend wat in elke periode uitbetaal moet word.

p_t = dividenduitbetaling in periode t.

r_{et} = rentekoers waarteen kontant vir die enkele periode t tot (t + 1) uitgeleen kan word.

r_{kit} = rentekoers waarteen geld op trap i van periode t vir een periode (tot (t + 1)) geleen kan word.

r_{LIs} = rentekoers (per periode) waarteen geld op trap I van periode s vir N periodes (langtermyn) geleen kan word.

r'_T = rentekoers na die horisonperiode T waarteen fondse (kontant) uitgeleen en geleen kan word.

r_{LIt} = rentekoers (per periode) waarteen geld op trap I van periode t vir N periodes (langtermyn) geleen kan word.

t = 'n bepaalde periode.

T = horisonperiode

t' = aantal heeltal periodes waarin kontant, gelykstaande aan die oorspronklike beleggings, ontwikkel (terugbetaal) moet word. ($1 \leqslant t' \leqslant T$)

t_{bj} = periode waarin 'n begin gemaak word met 'n moontlike projek j. ($1 \leqslant t_{bj} \leqslant T-t'$)

u^{t-1} = vooraf gespesifiseerde koers waarteen die dividenduitbetaling moet groei gedurende elke periode t.($u^0 = 1$)

v_t = bedrag wat uitgeleen word ("lent") in periode t tot t + 1.($v_c = 0$)

w_{it} = bedrag wat geleen word by trap i in die enkele periode t tot periode (t + 1) teen rentekoers r_{kit}.($w_{io} = 0$)

w_{ItN} = bedrag wat geleen word by trap I in periode t vir N periodes (langtermyn) teen rentekoers r_{LIt} per periode. ($w_I o = 0$)

x_j = breukdeel van die projek j wat aanvaar word, d.i. die besluitnemingsveranderlike. In die lineêre programmeringformulering: $o \leqslant x_j \leqslant 1$. In die gemengde heeltal-programmeringformulering: x_j is 0 of 1

y_{kt} = hoeveelheid van die skaars hulpbron wat van buite die firma verkry kan word ("contracted in") in fase k van periode t.

4.5 Beperkings

4.5.1 Dividenduitbetaling-beperking

Bestendige dividenduitbetalings is van groot waarde vir 'n firma se beeld na buite en ook vir sy aandeelprys indien die maatskappy op die Beurs genoteer is (19 p 137–139; 34 p 514). Dit kan selfs vir 'n firma voordelig wees om nie slegs 'n dividend van periode tot periode te handhaaf nie, maar dit te laat groei teen 'n voorafbepaalde koers tot by die horisonperiode T. (7 p 138; 79 p 139; 20 p 247; 31 p 72). Die beperking is:

$$-\ p_t \leqslant -u^{t-1} p_{min} \quad t = 1, \ \ldots\ldots, T[\sigma_t] \qquad (4.1)$$

4.5.2 Terminaalwaarde-beperking

Sover is net voorsiening gemaak in die beperkings dat dividende uitbetaal word tot by die horison T. Aangesien die keuse van die horison T redelik arbitrêr is (6 p 32), is dit soms nodig om voorsiening te maak vir die betaling van dividende na die horisonperiode T, want die veronderstelling is dat die firma na die horisonperiode sal bly voortbestaan (7 p 117). Dividende na die horisonperiode kan minder of gelyk wees aan dié uitbetaal in die horisonperiode. Volgens die benadering hier gebruik, moet hierdie dividende uit rente op die netto terminaalwaarde van die firma betaal word. Die netto terminaalwaarde moet dus altyd positief wees. Die aanname word gemaak dat die rentekoers waarteen die fondse na die horisonperiode belê kan word, bekend is. Die vergelyking is (7 p 117):

$$-\ h_T + p_T/r'_T \leqslant -K \qquad [\theta_t] \qquad (4.2)$$

Let op dat wanneer K = 0 geneem word, word die horisonperiode dividend op p_T gehandhaaf na die horisonperiode. Indien K positief is, is die dividenduitbetalings kleiner as die terminaalperiode-dividend p_T.

Nog 'n belangrike punt wat in die algemeen opgemerk moet word, is dat die leen- en uitleenrentekoers na die horisonperiode as dieselfde geneem moet word (7 p 8). As hierdie aanname nie gemaak word nie, moet die toepaslike leenkoers of uitleenkoers as verdiskonteerkoers vir die onderskeie periodes na die horisonperiode gebruik word. In 'n bepaalde periode sal immers net geleen of uitgeleen word. Die toepaslike leenkoers of uitleenkoers is die koers waarteen daar in 'n bepaalde periode fondse geleen of uitgeleen word. Die finansieringsbenodigdhede in die firma na die horisonperiode sou bekend moes wees om dit te kan doen. Sulke inligting is nie vooraf bekend nie, aangesien dit 'n resultaat is van die analise wat hier gedoen word.

4.5.3 Leenbeperkings met stygende rentekoerse

Vir die periodes voor die horisonperiode T is dit toelaatbaar, nodig en realisties om beperkings te plaas op die bedrae wat teen die verskillende stygende rentekoerse geleen kan word. Die beperking vir die korttermyn lenings is (7 p 132):

$$w_{it} \leqslant B_{kit} \quad \begin{matrix} t = 1, \ldots, & T-1 \\ i = 1, \ldots, & m \end{matrix} \quad [\beta_{it}] \qquad (4.3)$$

Let op dat in vergelyking (4.3) $t = 1 \ldots\ldots, T-1$ geneem word in teenstelling met Weingartner (26, vgl (9.14) (c)) wat $t = 1, \ldots, T$ gebruik. Dit impliseer dat daar geen beperking is op die bedrag wat in periode T geleen word nie. Hierdie wysiging kan as korrek bewys word deur die duaal van die probleem te beskou. Daaruit blyk dat die toepaslike duaalveranderlike selfs in die Weingartner-model se horisonperiode (β_{it}) nul is. Die ooreenstemmende primaalspelingsveranderlike is dus positief volgens die komplementêre spelingstelling. Hieruit kan afgelei word dat al was die bedrag wat in periode T geleen mag word ook beperk, hierdie beperking nooit bereik sal word nie.

Vir wiskundige korrektheid (30 p 171) is dit nodig dat die laaste trap (i=m) van die funksie oop is. Die maksimumhoeveelheid in elke periode mag dus nooit geleen word op die trap met die hoogste rentekoers nie. Die gebruiker van hierdie model moet hiervan bewus wees, maar dit maak die model nie minder bruikbaar nie. Die moontlikheid bestaan altyd om die funksie uit te brei (m groter te maak) verby enige rentekoers waarteen daar moontlik geld geleen sal wil word.

Let ook op dat hierdie leenbeperkings met stygende rentekoerse net in die netto terminaalwaarde-model ingesluit kan word, nie in 'n netto huidige waarde-model nie (17 p 651). Hierdie aspek word in 4.6.1 verder bespreek.

Die moontlikheid om langtermyn finansiering te gebruik is 'n nuwe ontwikkeling (42). Na die beste wete van die skrywers is hierdie aspek nog nie in enige publikasie beskou nie. Hierdie is 'n belangrike verbetering wat die model meer realisties maak, want geen onderneming gebruik net korttermyn finansiering nie. Die beperking vir die langtermyn lenings is:

$$w_{ltN} \leqslant B_{Llt} \quad \begin{matrix} t = 1, \ldots, & (T-N-1) \\ l = 1, \ldots, & M \end{matrix} \quad [\xi_{lt}] \qquad (4.4)$$

Let op dat na analogie van vergelyking (4.3) t=1, ..., (T–N–1) hier gespesifiseer word. Terselfdertyd verseker dit dat daar nie geld geleen word wat nooit terugbetaal hoef te word nie, want dit sal 'n "geldpomp" effek hê en is ook nie 'n korrekte voorstelling van wat werklik gebeur nie. 'n Onderneming wat wil bly voortbestaan kan nie geld leen met die oog daarop om dit nooit alles terug te betaal nie. So 'n toestand kom slegs voor as 'n firma bankrot raak.

4.5.4 Beperking op projek-terugbetalingsperiode

Dit is reeds gemeld dat die terugbetalingsperiode-metode van evaluasie van kapitaalbeleggings grootskaals deur sakelui gebruik word. (19 p 133; 28 p 54). Hierdie aspek moet ook deur die algemene model gehanteer kan word. Hier word die terugbetalingsperiode egter as 'n beperking (voorvereiste vir aanvaarding) gestel, en nie as 'n maatstaf vir aanvaarding gebruik nie (32 p 594, p 606). Die beperking is dat kontant gelykstaande aan die oorspronklike beleggings binne t' periodes ontwikkel (terugbetaal) moet word. Die vergelyking is dan (7 p 116):

$$\sum_{t=t_{bj}}^{(t_{bj}+t')} a_{tj}\, x_j \leqslant o \quad j = l, \ldots, n [\psi_t] \qquad (4.5)$$

4.5.5 Multi-begroting-hulpbronbeperkings

Firmas dwarsoor die wêreld moet hulle kapitaalinvesteringsprogram dikwels beperk, nie net weens die tekort aan kapitaal nie, maar weens die tekort aan 'n ander skaars faktor: breinkrag. Genoeg bekwame, opgeleide ingenieurs- en bestuurspersoneel is net nie beskikbaar nie (3 p 77). Soms is die beskikbaarheid van basiese materiale, bv. staal en sement, gedurende bepaalde tydperke ook 'n beperking (30 p 126).

Die algemene model moet dus sulke hulpbronbeperkings wat op die kapitaalbegroting gesuperponeer word, kan hanteer. Net soos by die leenbeperking met stygende rentekoerse, soos bespreek in afdeling 4.5.3, word voorsiening gemaak om ekstra hulpbronne van buite die firma te verkry, maar teen 'n stygende koste van fase tot fase. Die beperkings is (36):

$$\sum_{j=1}^{n} d_{tj}\, x_j - \sum_{k=1}^{f} y_{kt} \leqslant M_t \quad t = 1, \ldots, T [\nu_t] \qquad (4.6)$$

'n Gevolg van hierdie beperking is dat projekte nie langer eksklusief op grond van die verdiskonteerde kontantvloei wat dit ontwikkel geëvalueer word nie, want die multi-begroting hulpbronbeperkings kan bindend wees en 'n andersins voordelige projek uitskakel (30 p 129).

4.5.6 Kontantbalans- en likwiditeitsbeperking wanneer korttermyn finansiering (lenings) gebruik word

Uit 'n likwiditeitsoogpunt moet, in elke periode, die kontant beskikbaar vir belegging, plus geld wat uitgeleen word, plus die lening(s) terugbetaal deur die firma, gelyk aan of minder wees as die kontant verkry uit ander bestaande projekte (bedrywighede) van die firma, plus kontant verkry uit lenings terugbetaal aan die firma, plus geld wat geleen word deur die firma. Hierdie beperkings is (30 p 169):

$$\sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j - e_{t-1} v_{t-1} + v_t + \sum_{i=1}^{m} b_i(t-1) w_{i(t-1)}$$
$$-\sum_{i=1}^{m} w_{it} \leqslant D_t \qquad (4.8)$$

Leners van geld aan 'n firma plaas baie keer beperkings op die firma aan wie geld geleen word met die doel om hulle risiko te verlaag (34 p 165). 'n Populêre beperking is minimumkontantvereistes wat die firma wat die lening aangaan, moet nakom (11 p 27; 30 p 161). Veronderstel hierdie kontantbalansbeperking bestaan uit 'n konstante bedrag plus 'n hoeveelheid eweredig aan die bedrag wat geleen word (7 p 115). Die aanname word verder gemaak dat hierdie kontant rente verdien teen die uitleenkoers (7 p 115). Die beperking word dan:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j - e_{t-1} v_{t-1} + v_t + \sum_{i=1}^{m} (b_{i(t-1)} - e_{t-1} c_{t-1})$$
$$w_{i(t-1)} - (1-c_t) \sum_{i=1}^{m} w_{it} - e_{t-1} C_{t-1} + C_t \leqslant D_t$$

Die laaste vergelyking hierbo moet nog verder aangepas word om die effek van die beperkings wat sover nog nie in aanmerking geneem is nie, in te sluit. Die dividenduitbetaling-beperking (vergelyking (4.1)) verminder die kontant verkry uit bestaande projekte (beleggings). D_t moet nou vervang word met $(D_t - p_t)$. Die gevolge van die multi-begroting-hulpbronbeperkings (vergelyking (4.6)) kan in 'n mate minder bindend gemaak word deur hulpbronne van buite die firma te verkry, deur ekstra daarvoor te betaal. Geld hiervoor word verkry uit die kontant vrygestel deur bestaande projekte. Die term $(D_t - p_t)$ moet nog verder verander word na $(D_t - p_t - \sum_{k=1}^{f} g_{kt} y_{kt})$.

Die kontantbalans- en likwiditeitsbeperking wanneer net eenjarige hernubare (d.i. korttermyn) lenings as finansiering gebruik word, is, (7 p 115):

$$\sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j - e_{t-1} + v_t$$
$$+ \sum_{i=1}^{m} [b_{i(t-1)} - e_{t-1} c_{t-1}] w_{i(t-1)} - (1-c_t)$$
$$\sum_{i=1}^{m} w_{it} - e_{t-1} C_{t-1} + C_t + p_t + \sum_{k=1}^{f} g_{kt} y_{kt} \leqslant D_t$$
$$t = 1 \ldots\ldots, \quad T[\rho_t] \qquad (4.9)$$

4.5.7 Kontantbalans- en likwiditeitsbeperkings wanneer beide korttermyn en langtermyn finansiering gebruik word

Vergelyking (4.9) is gebaseer op die aanname dat surplus fondse uitgeleen, en kontant benodig geleen kan word vir een periode op 'n keer, altyd hernubaar vir nog 'n periode, teen gespesifiseerde uitleen- en leenkoerse. Die model word nou hier uitgebrei om finansiering met behulp van langtermyn fondse in te sluit. Die aanname word gemaak dat daar geen addisionele minimumkontantbalansvereiste is wat verwant is aan die langtermyn lenings nie. Die belangrikheid van die insluiting van langtermyn finansiering is reeds in afdeling 4.5.3 bespreek.

4.5.7.1 Langtermyn finansiering op die basis dat die hoofsom en die rente aan die einde van die leentydperk gelyktydig terugbetaal word

Die geval word beskou waar fondse vir 'n lang termyn, nl. vir N periodes, geleen word. Die hoofsom word eers aan die einde van die N periodes saam met die saamgestelde rente as 'n enkele bedrag terugbetaal.

Die kontantbalans- en likwiditeitsbeperking (voorheen vergelyking (4.9)) word nou (42 p 105):

$$\sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j - e_{t-1} v_{t-1} + v_t + \sum_{i=1}^{m} [b_{i(t-1)} - e_{t-1} c_{t-1}]$$
$$w_{i(t-1)} - (1-c_t) \sum_{i=1}^{m} w_{it} - e_{t-1} C_{t-1} + C_t + p_t$$
$$+ \sum_{k=l}^{f} g_{kt} y_{kt} + \sum_{l=1}^{M} (b_{l(t-N)N})^N \; w_{l(t-N)N}$$
$$(1-E_{(t-N)}) - \sum_{l=1}^{M} w_{ltN} \; (1-E_t) \leqslant D_t$$
$$t = 1 \ldots., \quad T[\rho_t] \qquad (4.10)$$

4.5.7.2 Langtermyn finansiering op die basis dat rente aan die einde van elke periode betaal word en die hoofsom saam met die rente in die laaste periode terugbetaal word

Die geval word beskou waar fondse vir 'n lang termyn, vir N periodes, geleen word. Die hoofsom en die laaste periode se rente word aan die einde van die leentydperk terugbetaal, terwyl die rente vir die ander periodes aan die einde van elk van hierdie periodes terugbetaal word.

Die kontantbalans- en likwiditeitsbeperking (voorheen vergelyking (4.9)) word nou (42 p 108):

$$\sum_{j=1}^{n} a_{tj} x_j - e_{t-1} v_{t-1} + v_t + \sum_{i=1}^{m} [b_{i(t-1)} - e_{t-1} \; c_{t-1}]$$

$$w_{i(t-1)} - (1-c_t) \sum_{i=1}^{m} w_{it} - e_{t-1} C_{t-1} + C_t + p_t$$
$$+ \sum_{k=1}^{f} g_{kt} y_{kt} - \sum_{l=1}^{M} w_{ltN} (1 - E_t)$$
$$+ \sum_{s=1}^{(t-1)} \sum_{l=1}^{M} r_{Lls} w_{lsN} (1 - E'_t)$$
$$+ \sum_{s=t-N}^{(t-l)} r_{Lls} (1-E''_t) w_{lsN}$$
$$+ \sum_{l=1}^{M} w_{l(t-N)N} (1 - E_{(t-N)}) \leqslant D_t \quad t=1, \ldots, T[\rho_t] \tag{4.11}$$

4.5.8 Meervoudige-projekte-beperking

4.5.8.1 Formulering van lineêre programmering

$$0 \leqslant x_j \leqslant 1 \quad j=1, \ldots, n \; [\mu_j] \tag{4.12}$$

Hierdie beperking moet op die keuse van die projekte geplaas word om te voorkom dat 'n onrealistiese oplossing verkry word in die sin dat die meer aantreklike projekte meer as een keer aanvaar word (28 p 60; 30 p 17). In die kapitaalbegrotingsprobleem is dit gewoonlik so dat net een van elke projek benodig word. (Twee identiese brûe word tog nie op een plek oor 'n rivier benodig nie!) Let op dat hierdie beperking nie breukdeelprojekte voorkom nie (28 p 60).

4.5.8.2 Gemengde heeltalprogrammering-formulering

Kapitaalprojekte is gewoonlik nie kontinu verdeelbaar nie en meervoudige projekte is ook verbode. Gevolglik is die projekte onder beskouing beperk tot nul of een.

Die beperking is dus:

$$x_j \text{ is 0 of 1} \quad j = 1, \ldots, n \quad [\mu_j] \tag{4.13}$$

Die ander veranderlikes, byvoorbeeld kapitaal en materiaal is kontinu verdeelbaar. Indien gevalle voorkom waar dit nie so is nie, kan beperkings soortgelyk aan vergelyking (4.13) bygevoeg word. 'n Mannekragbeperking sal in sommige gevalle beperk moet word tot 'n heeltaloplossing, nie noodwendig 0 of 1 nie.

4.5.9 Nie-negatiewe veranderlikesbeperking

In programmeringsmodelle is dit 'n vereiste dat al die veranderlikes groter of gelyk aan nul is. Vir sommige is hierdie vereiste reeds spesifiseer. Die volgende beperkings moet egter bygevoeg word (12 p 17; 7 p 120);

$$v_t, w_{it}, y_{kt}, w_{ltM}, w_{lsN} \geqslant 0 \quad t=1 \ldots, T \tag{4.14}$$

4.6 Die doelfunksie in die algemeen

'n Wye verskeidenheid van doelfunksies kan gebruik word (7 p 114, p 136, p 138; 20 p 255; 30 p 169; 31 p 72).

Die doelfunksie beïnvloed die keuse van projekte vir investering (d.i. die besluitnemingsveranderlike) ingrypend (8 p 183; 13 p 581). Vir verskillende doelfunksies sal die projekte wat gekies word, nie noodwendig dieselfde wees nie. Die doelfunksie wat gebruik moet word in die kapitaalbegrotings proses, word op die ou end gespesifiseer deur die topbestuur van die firma.

In die literatuur i.v.m. die wiskunde van finansies bestaan daar 'n groot mate van instemming dat in die kapitaalbegrotingsproses 'n toepaslike doelwit die maksimering van een of ander funksie van die stroom van toekomstige dividende van die firma is (6 p 319; 13 p 583; 29 p 129; 34 p 463). Gewoonlik is die dividende ook verdiskonteer (19 p. 55; 34 p. 463). Die huidige waarde van die gewone aandele van die firma (10 p 829; 30 p 142) word met ander woorde gemaksimeer. Weingartner gebruik ook hierdie benadering en dit word ook hier as uitgangspunt gebruik.

Volgens Weingartner (30 vergelyking (9.14)) is die doelfunksie:

$$\text{Maksimeer} \sum_{j=1}^{n} \hat{a}_j x_j + v_T - \sum_{i=1}^{m} w_{iT}$$

Hier word die netto terminaalwaarde h_T van die firma gemaksimeer want dit voorkom die nodigheid om die verdiskonteerkoers wat vir elke periode van $t = 1$ tot $t = T$ gebruik moet word, vooraf te bepaal of te spesifiseer. Om die verdiskonteerkoers vooraf te spesifiseer is in elk geval onmoontlik, want die verdiskonteerkoers word bepaal deur die projekte (en finansiering) wat gekies word. Op hul beurt word die projekte wat gekies moet word, egter weer bepaal (beïnvloed) deur die verdiskonteerkoers (6 p 325; 9 p 1167; 20 p 245; 22 p 248). Hierdie is die bekende paradoks in die kapitaalbegrotingsproses (12 p 57).

In bogenoemde vergelyking verteenwoordig die term

$$\sum_{j=1}^{n} \hat{a}_j x_j$$

die fisiese bates van die firma op die horisonperiode T en die ander twee terme

$$(v_T - \sum_{j=1}^{m} w_{iT})$$

die finansiële bates van die firma.

Weingartner het egter nie multibegroting-hulpbronbeperkings (vergelykings (4.6) en (4.7)) of kontantbalansbeperkings (sien vergelyking (4.9)) in aanmerking geneem nie. Die effek van hierdie terme word hier tot die doelfunksie toegevoeg want die finansiële batekomponent word daardeur verander.

4.6.1 Doelfunksie wanneer slegs korttermyn lenings as eksterne finansiering gebruik word

Onder korttermyn lenings word hier verstaan eenjarige lenings wat elke jaar hernu kan word.

Die multibegroting-hulpbronbeperkings (ander as kapitaal) kan tot verskillende mates van sukses oorkom word deur ekstra hulpbronne van buite te verkry, deur ekstra kontant daarop te spandeer. Die bedrag wat hierop uitgegee word, nl.

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{f} g_{kt} \; y_{kt}$$

verminder die waarde van die doelfunksie en moet dus afgetrek word van die doelfunksie hierbo aangehaal.

Die kontantbalanskomponent van die kontantbalans- en likwiditeitsbeperking (vergelyking (4.9)) bestaan uit 'n konstante bedrag C_t plus 'n hoeveelheid c_t eweredig aan die bedrag wat geleen word

$$\sum_{i=1}^{m} w_{it\bullet}$$

In die doelfunksie word die horisonwaarde beskou. Gevolglik moet

$$\sum_{i=1}^{m} w_{iT}$$

in laasgenoemde funksie verskyn en c_t is eweredig aan

$$\sum_{i=1}^{m} w_{iT}$$

Die som van hierdie twee terme maak die doelfunksie groter en moet dus bygetel word.

Indien die konstante C_t nagelaat word, sal die model nog dieselfde projekte kies, alhoewel die doelfunksie met 'n hoeveelheid gelyk aan C_t kleiner sal wees. Die rede hiervoor is dat net die funksie wat die veranderlikes bevat, gemaksimeer word (12 p 71).

Die doelfunksie word nou:

$$\text{Maksimeer} \quad \sum_{j=1}^{n} \hat{a}_j \; x_j + v_T - \sum_{i=1}^{m} w_{iT} \; (1-c_T)$$
$$- \sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{f} g_{kt} \; y_{kt} + C_t \qquad (4.15)$$

waar

$\hat{a}_j$ = huidige waarde op die horisontydstip T van netto kontantvloei na T verkry, vanaf 'n eenheid van projek j

$$= \sum_{t=T+1}^{\infty} \frac{-a_{tj}}{(1+r)^{t-T}}$$

Wanneer die leenkoers en die uitleenkoers dieselfde is, sal die maksimering van die terminaalwaarde soos aangetoon deur die doelfunksie hierbo (vergelyking (4.15)), ook die netto huidige waarde van die beleggingsprogram maksimeer. Die NHW-model is 'n spesiale geval van die netto terminaalwaardemodel (30 p 142; 17 p 650). Let ook op dat leenbeperkings met stygende rentekoers, soos bespreek in 4.5.3, net in die netto terminaalwaardemodel ingesluit kan word; nie in die NHW-model nie (17 p 651). Om hierdie beperking in laasgenoemde model te kan hanteer, sal die verdiskonteerkoers vooraf bekend moet wees. Soos in die inleiding van afdeling 4.6 aangetoon, is die verdiskonteerkoers juis een van die resultate van die analise.

Let ook daarop dat indien daar geen beperking bestaan op die bedrae wat in die verskillende periodes geleen en uitgeleen kan word nie, die netto huidige waarde- en netto terminaalwaardemodelle dieselfde projekte selekteer (8 p 182). Aan die anderkant, indien kapitaalrantsoenering aanwesig is, moet die terminaalwaardemodel gebruik word want huidige waarde per sé het geen betekenis nie; daar bestaan geen moontlikheid om toekomstige kontant na die huidige te verdiskonteer nie, omdat die verdiskonteerfaktor nie bekend is nie (want dit bestaan nie in hierdie geval nie) (8 p 182).

4.6.2 Doelfunksie wanneer beide korttermyn en langtermyn finansiering gebruik word

Die doelfunksie word nou:

$$\text{Maksimeer} \quad \sum_{j=1}^{n} \hat{a}_j \; x_j + v_T - \sum_{i=1}^{m} w_{iT} \; (1-c_T)$$
$$- \sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{f} g_{kt} \; y_{kt} + C_t$$
$$- \sum_{t=T-N}^{T} \sum_{I=1}^{M} w_{ItN} \qquad (4.16)$$

Die laaste term het nie verskyn in vergelyking (4.16) nie. Hierdie term verteenwoordig die som van al die langtermyn lenings tydens die laaste periodes gemaak, en wat nie terugbetaal sal word voor die horisonperiode T nie. Hierdie hoeveelheid moet afgetrek word van die res van die doelfunksie, anders word 'n "geld-pomp" effek verkry; geld sou geleen kon word sonder om dit ooit terug te betaal.

Daar sal opgelet word dat die dividenduitbetaling nie in een van die doelfunksies hierbo verskyn nie, alhoewel sommige so 'n term in die doelfunksie ingesluit sou wou sien. Die skrywers van hierdie artikel het nie dividende in die doelfunksie ingesluit nie omdat dividende nie net uit die opbrengs van nuwe projekte nie, maar ook uit die opbrengs van bestaande projekte uitbetaal word.

'n Ander aspek waarop gelet moet word is dat alhoewel die beperkings vir formulering van 'n lineêre programmering lineêr moet wees, die doelfunksie nie altyd lineêr hoef te wees nie. 'n Doelfunksie wat kwadratiese terme bevat, maar aan bepaalde wiskundige voorwaardes voldoen, kan ook soms gebruik word (8 p 136; 40 p 540).

4.7 Spesiale gevalle

Hier word ekstra beperkings beskou wat die formulering van die probleem meer realisties maak (33 p 498). Hierdie beperkings is toevoegings tot dié wat voorheen voorgestel is.

4.7.1 Wedersyds insluitende projekte

Wanneer die aanvaarding van een voorstel, bv. x_a, in 'n stel al die ander in die stel, bv. x_b duidelik onaanvaarbaar maak, dan geld:

$$x_a + x_b \leqslant 1 \tag{4.17}$$

4.7.2 Voorwaardelike projekte

Wanneer die aanvaarding van een voorstel, bv. x_c afhanklik is van die aanvaarding van een of meer ander voorstelle, bv. x_d, dan geld:

$$x_c \leqslant x_d \tag{4.18}$$

waar

x_c = afhanklike veranderlike
x_d = onafhanklike veranderlike

4.7.3 Kettings van projekte

Wanneer wedersydse uitsluitende en voorwaardelike projekte saam gegroepeer en gekombineer word, word kettings van projekte verkry.

Voorbeeld A.
Gestel aanvaarding van projek 3 is afhanklik van projek 2, wat op sy beurt afhanklik is van die aanvaarding van projek 1. Dan geld:

$$x_3 \leqslant x_2$$
$$x_2 \leqslant x_1$$
$$x_1 \leqslant 1$$

Voorbeeld B.
Projek 1 en 2 is wedersyds uitsluitend en projek 3 is afhanklik van die aanvaarding van 1 of 2.

Dan geld:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leqslant 1 \\ x_3 &\leqslant x_1 + x_2 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Voorbeeld C.
As wedersyds uitsluitende projekte 1 en 2 afhanklik is van die aanvaarding van projek 3 of projek 4, wat ook wedersyds uitsluitend is, dan geld:

$$\begin{aligned} x_3 + x_4 &\leqslant 1 \\ x_1 + x_2 &\leqslant x_3 + x_4 \end{aligned} \tag{4.21}$$

4.7.4 Eenvoudige verhoudings tussen projekte

'n Versameling "geselekteerde" projekte wat na 'n voorlopige evaluasie die winsgewendste skyn te wees, sal nie noodwendig deur die topbestuur van 'n firma aanvaar word nie, indien dit byvoorbeeld die wins in die interimperiodes baie laat wissel nie. Wisselende winste kan 'n beeld skep van 'n onstabiele onderneming en/of swak bestuur. Die wiskundige programmeringsbenadering maak dit moontlik om beperkings wat op eenvoudige verhoudings gebaseer is, te hanteer (28 p 82), soos in die volgende voorbeeld: Gestel dit is 'n vereiste dat die verhouding tussen projekte x_1 en x_2, nl.

$$\frac{6x_1 + 2x_2 + 10}{4x_1 + 5x_2 + 15}$$

groter moet wees as 1,4 dan kan dit in die model as 'n beperking ingesluit word.

Van hierbo:

$$\frac{6x_1 + 2x_2 + 10}{4x_1 + 5x_2 + 15} \geqslant 1{,}4$$

Na vereenvoudiging word die volgende beperking verkry:

$$-0{,}4x_1 + 5{,}0x_2 \leqslant -11$$

4.8 Die spesiale geval van uitstel van "soortgelyke" wedersyds uitsluitende projekte wat uit fase is

In die praktyk is dit heel dikwels moontlik om sekere projekte uit te stel vir 'n aantal periodes, bv. H periodes. Hier word aangetoon hoe dit gedoen kan word (3 p 75): Beskou die stel van alle projekte (d.i. die onmiddellike projekte en die uitgestelde projekte) as

waar y $= Y \cup Y^1$
Y = die sub-stel bestaande uit wedersyds uitsluitende projekte.
$= Y^o \cup Y^H$ waar Y^o die sub-stel van die onmiddellike alternatiewe is.
Y^H die sub-stel van uitgestelde variante van Y^o is.
en Y^1 = die sub-stel van onafhanklike projekte.

4.8.1 Beperking op meervoudige projekte

4.8.1.1 Formulering van lineêre programmering

In die geval onder beskouing moet vergelyking (4.12) deur die volgende drie vergelykings vervang word:

$$\sum_{j \in Y} x_j \leqslant 1 \tag{4.22}$$

$$x_j \geqslant 0 \qquad j = 1, \ldots\ldots\ldots, n \tag{4.23}$$

$$x_j \leqslant 1 \qquad j \in Y^1 \tag{4.24}$$

4.8.1.2 Formulering van gemengde heeltal-programmering

Vir die formulering van gemengde heeltal-programmering moet vergelykings (4.13) deur die volgende twee vergelykings vervang word:

$$\sum_{j \epsilon Y} x \leqslant 1 \qquad (4.25)$$

$$x_j \text{ is 0 of 1} \qquad j \epsilon Y \qquad (4.26)$$

4.8.2 Die doelfunksie

4.8.2.1. Wanneer slegs korttermyn lenings as eksterne finansiering gebruik word

In die geval onder beskouing moet vergelyking (4.15) deur die volgende vergelyking vervang word:

Maksimeer

$$\sum_{j \epsilon Y^1 U Y} \hat{a}_j x_j + \sum_{j \epsilon Y^H} \hat{a}_j x_j (1 + r'_T)^{T-H-t} - \sum_{i=1}^{m} w_i T (1\text{-}c_T) - \sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{f} g_{ky} \; y_{kt} + C_t \qquad (4.27)$$

4.8.2.2 Wanneer gebruik gemaak word van sowel korttermyn as langtermyn finansiering

Indien beide tipes finansiering gebruik word moet vergelyking (4.16) deur die volgende vergelyking vervang word (42 p 110):

$$\text{Maksimeer} \sum_{j \epsilon Y^1 U Y} \hat{a}_j x_j + \sum_{j \epsilon Y^H} \hat{a}_j x_j (1 + r'_T)^{T-H-t} - \sum_{i=t}^{m} w_{iT} (1 - c_T) - \sum_{i=1}^{T} \sum_{k=1}^{f} g_{kt} \; y_{kt} - \sum_{t=T-N}^{T} \sum_{l=1}^{M} w_{ltN} + C_t \qquad (4.28)$$

5. DIE BEPERKINGS EN GEBRUIK VAN LINEÊRE EN GEMENGDE HEELTAL PROGRAMMERING IN DIE EVALUASIE VAN KAPITAALBELEGGINGS

Alhoewel die gebruik van wiskundige programmering in die evaluasie van kapitaalbeleggings kragtig en buigsaam is, en nieteenstaande die feit dat die tegniek ten minste so goed soos enige van die konvensionele kapitaalbegrotingtegnieke is, het die tegniek ook beperkings. Hierdie tegniek verskaf beslis nie al die antwoorde op die sakeman en besluitnemer se probleme in verband met kapitaalbeleggingsbesluite nie.

Die tegniek wat gebruik word, is 'n optimiseringstegniek. Die antwoorde wat verkry word, is nogtans algeheel afhanklik van die toepaslikheid van die gespesifiseerde parameters van die data gebruik. Die keuse van die horisonperiode kan die projekte wat in die optimum-oplossing verskyn, sterk beïnvloed. Die spesifisering van 'n horisonperiode verder in die toekoms is meer korrek, maar soos te verwagte is, word dan meer data vereis. Die verkryging van ekstra data bring ekstra koste mee en dit word op 'n stadium onekonomies om meer data te probeer verkry. Hoe verder in die toekoms in gekyk of voorspel word, hoe meer onbetroubaar word die inligting wat so verkry word.

Die aannames waarop die model wat hier beskou word, gebaseer is, is in Afdeling 4 bespreek. Een van die vernaamste aannames was dat die data gebruik, en dit sluit in die netto kontantvloeie van die moontlike projekte, kontant beskikbaar uit interne en eksterne bronne, en leen- en uitleen rentekoerse, met absolute sekerheid bekend is. Dit is natuurlik nie so nie en is ook heeltemal onmoontlik.

Die werklikheid moet in gedagte gehou word wanneer kapitaalbegrotingsmodelle gebruik word. Die versameling projekte en die tydstip van implementering wat deur die model as die optimum-oplossing verskaf word, sal nie net so geneem word vir die volgende "n" jaar nie. Die besluitnemers gebruik so 'n model om in 'n posisie te wees om te besluit watter projekte nou aanvaar moet word en nou dadelik geïmplementeer moet word (20 p 259). Terselfdertyd wil die besluitnemer egter ten volle ingelig wees wat die gevolge van die beleggingsbesluite wat nou gemaak moet word, sal wees op latere beleggingskeuses. In die volgende periode (jaar) sal die kapitaalbegrotingsmodel weer gebruik word, met die dan beskikbare inligting as data. Op daardie tydstip sal weer besluit word watter beleggings op daardie tydstip aanvaar moet word. Dit volg dus dat definitiewe besluite op 'n spesifieke stadium net geneem hoef te word in verband met beleggings wat op daardie stadium onderneem moet word. Die toets wat op daardie stadium toegepas behoort te word, is om te bepaal hoe die projekte wat op daardie stadium gekies moet word, varieer met veranderinge in die data gebruik. Na die skrywers se mening kan dit die doeltreffendste gedoen word deur die gebruik van sensiwiteitsanalise van gemengde heeltal-programmering. (16 p 60).

Die wiskundige programmeringsmodelle is in byna elke opsig beter as enige ander tegniek van evaluasie van kapitaalbeleggings. Hierdie tegniek is egter in baie gevalle duurder en meer ingewikkeld as sommige van die konvensionele tegnieke (16 p 73). Daar bestaan dus bepaald nog 'n plek vir die konvensionele metodes in die evaluasie van kapitaalbeleggings (16 p 60). Die vraag is nou onder watter omstandighede 'n bepaalde metode gebruik moet word.

'n Reël wat in die praktyk gebruik kan word, is om moontlike projekte wat 'n belegging van minder as 'n bepaalde bedrag behels, volgens die konvensionele tegnieke te evalueer. Wanneer 'n groot verskeidenheid van moontlike projekte bestaan en die beleggings wat gemaak moet word, groot bedrae kapitaal behels, is dit voor-die-hand-liggend dat die beste tegniek, nl. gemengde heeltal-programmering gebruik moet word. Ander gevalle waarvoor dit noodsaaklik is om 'n wiskundige programmeringsmodel te gebruik, is (17 p 96):

* Wanneer die moontlike projekte baie verskil wat betref die kapitaal en ander hulpbronne benodig.
* Wanneer sowel die tydstip wanneer geld geleen moet word, as die bedrag wat geleen moet word, gelyktydig bepaal moet word.

* Wanneer die analise 'n langtermyn plan met baie produksiebesluite insluit.

6. SLOT

Die doel met hierdie artikel was om die tegnieke van lineêre programmering en gemengde heeltal-programmering in die evaluasie van kapitaalbeleggings voor te stel. Die skrywers vertrou dat hulle wel die leser se belangstelling geprikkel het wat betref die praktiese moontlikhede van hierdie kragtige metodes.

In 'n verdere artikel, wat waarskynlik in Vol 10 Nr 2 van *Bedryfsleiding* sal verskyn, sal die duaalveranderlikes se interpretasie en gebruike bespreek word. Numeriese voorbeelde sal ook in daardie artikel ingesluit word om die interpretasie van die resultate te illustreer.

VERWYSINGS

[1] Conradie, F H D: Eerste ingenieur (Stelselbedryf) by Evkom

[2] Van den Berg, P H: Senior lektor, Skool vir Bedryfsleiding, UNISA

[3] Amey, L R: "Interdependencies in Capital Budgeting: A Survey," *Journal of Business Finance,* Vol 4 No 3, 1972, pp 70–86

[4] Atkins, D R & Ashton, D J : "Discount Rates in Capital Budgeting: A Re-Examination of the Baumol and Quandt Paradox", *The Engineering Economist,* Vol 21 No 3 1976, pp 159–771

[5] Baumol, W J: *Economic Theory and Operations Analysis,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N J, 1972

[6] Baumol, W J & Quandt, R E: "Investment and Discount Rates Under Capital Rationing — A Programming Approach", *The Economic Journal,* Vol 75 No 298, June 1965, pp 317–329

[7] Bernhard, R H: "Mathematical Programming Models for Capital Budgeting — A Survey, Generalization and Critique", *Journal of Financial and Quantitive Analysis,* Vol 4 No 2, Jun 1969, pp 111–159

[8] Bernhard, R H: "Some Problems in the Use of a Discount Rate for Constrained Capital Budgeting", *AIIE Transactions,* Vol 3 No 3, Sept 1971, pp 180–184

[9] Burton, R M & Damon, W W: "On the Existence of a Cost of Capital Under Pure Capital Rationing", *The Journal of Finance,* Vol 29 No 4, Sept 1974, pp 1165–1173

[10] Carleton, W T: "Linear Programming and Capital Budgeting Models: A New Interpretation", *The Journal of Finance,* Vol 24 No 5, Dec 1969, pp 825–833

[11] Charnes, A, Cooper, W W & Miller, M H: "Application of Linear Programming to Financial Budgeting and the Costing of Funds", *Journal of Business,* Vol 32 No 1, Jan 1959, pp 20–46

[12] Daellenbach, H G & Bell, E J: *User's Guide to Linear Programming,* Prentice-Hall, 1970

[13] Elton, E J: "Capital Rationing and External Discounts Rates", *Journal of Finance,* XXV Jun 1970, pp 573–584

[14] Fogler, H R: "Overkill in Capital Budgeting Technique", *Financial Management,* Spring 1972, pp 92–96

[15] Freeland, J R & Rosenblatt, M J: "An Analysis of Linear Programming Formulations for the Capital Rationing Problems", Presented at the Joint Meeting of the Institute of Management Sciences and the Operations Research Society of America in San Francisco, May 9–11, 1977

[16] Hughes, J S & Lewellen, W G: "Programming Solutions to Capital Rationing Problems", *Journal of Business Finance and Accounting,* Vol 1 No 1, Spring 1974, pp 55–74

[17] Jean, W H: "Terminal Value or Present Value in Capital Budgeting Programs" *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Vol 6 No 1 Jan 1971, pp 649–651

[18] Klammer, T: "Empirical Evidence of the Adoption of Sophisticated Capital Budgeting Techniques", *Journal of Business,* Jul 1972, pp 387–397

[19] Lerner, E M & Rapaport, A : "Limit DCF in Capital Budgeting," *Harvard Business Review,* Sept–Oct 1969, pp 134–139

[20] Lockett, A G & Tomkins, C: "The Discount Rate Problem in Capital Rationing Situations: Comment", *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Vol 5 No 2, Jun 1970, pp 245–260

[21] Lorie, J H & Savage, L J: "Three Problems in Rationing Capital", *Journal of Business,* Vol 28 No 4, Oct 1955, pp 141–152

[22] Lusztig, P, & Schwab, B: "A note on the Application of Linear Programming to Capital Budgeting", *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Vol 3 No 4, 1968, pp 427–431

[23] Lusztig, P & Schwab, B: "The Discount Rate Problem in Capital Rationing Situations: Reply", *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Vol 5 No 2, Jun 1970, p 261

[24] Masse, P & Gibrat, R: "Application of Linear Programming to Investment in the Electric Power Industry", *Management Science,* Vol 3, Jan 1957, pp 149–166

[25] Mao, K C T: *Quantitative Analysis of Financial Decisions,* Collier-MacMillan, London, 1969

[26] Myers, S C: "A note on Linear Programming and Capital Budgeting", *Journal of Finance,* Vol 27 No 1, Mar 1972, pp 89–92

[27] Pettway, R H: "Integer Programming in Capital Budgeting: A Note on Computational Experience", *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Vol 8 No 4, Sept 1973, pp 665–672

[28] Salkin, G & Kornbluth, J: "Linear Programming in Financial Planning", London, Accountancy Age Books, 1973

[29] Solomon, E: "The Arithmetic of Capital Budgeting Decisions", *Journal of Business,* Apr 1956, pp 124–9

[30] Weingartner, H M: *Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems,* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1963

[31] Weingartner, H M: "Criteria for Programming Investment Project Selection", *Journal of Industrial Economics,* Vol 15 No 1, Nov 1966, pp 65–76

[32] Weingartner, H M: "Some New Views on the Payback Period and Capital Budgeting Decisions", *Management Science,* Vol 15 No 12, 1969, pp B594–607

[33] Weingartner, H M: "Capital Budgeting and Interrelated Projects: Survey and Synthesis", *Management Science,* Vol 12 No 7, Mar 1966, pp 485–516

[34] Weston, F J & Brigham, E F: *Essentials of Managerial Finance,* Dryden Press, Illinois, 1974

[35] Whitmore, G & Amey, L R: "Capital Budgeting Under Rationing: Comments on the Lusztig and Schwab Procedure", *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* Jan 1973, pp 127–135

[36] Van den Berg, P H: Ongepubliseerde Notas

[37] Barron, M J : "The Application of Linear Programming Dual Prices in Management Accounting — Some Cautionary Observations", *Journal of Business Finance,* Vol 4 No 1, 1972, pp 51–69

[38] Weingartner, H M & Ness, D N: "Methods for the Solution of the Multi-Dimensional 0/1 knapsack-problem", *Operations Research,* Vol 15 No 1, Jan–Feb 1967

[39] Skool vir Bedryfsleiding, UNISA, Ongepubliseerde Bestuursfinansiering Notas, 1975

[40] Wagner, H M: "Principles of Operations Research", Prentice-Hall, 1969

[41] Osteryoung, J S: *Capital Budgeting: Long-Term Asset Selection,* Grid Inc, 1974

[42] Conradie, F H D: "Die gebruik van wiskundige programmering in die evaluasie van kapitaalbeleggings", Ongepubliseerde MBL-skripsie, Skool vir Bedryfsleiding, UNISA, 1977